



הטכניון - מכון טכנולוגי לישראל  
המרכז לחינוך קדם-אקדמי

Technion - Israel Institute of Technology  
The Center for Pre-University Education



היחידה לנוער שוחר מדע וטכנולוגיה  
ע"ש משפחת הרי ולו שטרן

The Harry and Lou Stern Family  
Science and Technology Youth Center

בתמיכת משרד החינוך

06/09/2016

## "שילוב תלמידי תיכון בטכניון" - מבחן כניסה במתמטיקה

### הוראות לנבחן

1. משך הבחינה: שעתיים וחצי.
2. עליך לענות על ארבע השאלות הבאות.
3. חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון לא גרפי, דפי נוסחאות (מצורפים).
4. על תעתיק את השאלה, סמן את מספרה בלבד.
5. התחל כל שאלה בעמוד חדש.
6. פרט חישוביך ונמק טענותיך. חוסר פירוט עלול לפגוע בהערכה.

### שאלה 1. (סדרה)

נתונה סדרה חשבונית  $a_1, a_2, a_3, \dots$ . שלושה איברים עוקבים בסדרה  $a_n, a_{n+1}, a_{n+2}$ , מקיימים:

$$a_{n+2}^2 - a_n^2 = 216$$

$$a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = 54$$

א. מצא את  $a_n$ .

ב. לקחו חלק מהאיברים בסדרה הנתונה ובנו סדרה חשבונית חדשה:  $a_5, a_9, a_{13}, \dots, a_{4k+1}$ .

סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 450. האיבר הראשון בסדרה הנתונה בפתיח הוא

$$a_1 = -21. \text{ מצא את הערך של } k.$$

### שאלה 2. (מספרים מרוכבים)

א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים  $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$ .

$z$  הוא מספר מרוכב.

ב. שני מספרים מרוכבים שונים,  $z_1$  ו- $z_2$ , נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.

המרחק של  $z_1$  מראשית הצירים שווה למרחק של  $z_2$  מהראשית.

נתון:  $z_1 = 1 + iy_1$  (הוא מספר ממשי).

מצא את הארגומנט של  $z_2$ .

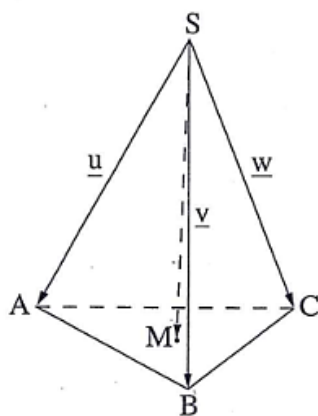


### שאלה 3. (חדו"א)

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x + \frac{\cos x}{\sin x}$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה  $f(x)$ .  
(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.  
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ . השיפוע של משיק זה הוא המקסימלי מבין השיפועים של כל המשיקים לגרף הפונקציה בתחום הנתון.  
מצא את הזווית שמשיק זה יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

### שאלה 4. (ווקטורים)



- נתונה פירמידה ישרה  $SABC$ .  
נסמן:  $\vec{SA} = \underline{u}$ ,  $\vec{SB} = \underline{v}$ ,  $\vec{SC} = \underline{w}$ .  
 $M$  היא נקודה במישור  $ABC$  כך ש-  $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ .  
נתון:  $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$ .  
א. הוכח כי הווקטור  $\vec{SM}$  מאונך למישור  $ABC$ .  
נתון גם:  
 $\underline{u} = (-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2)$   
 $\underline{v} = (\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2)$   
 $\underline{w} = (0, \sqrt{3}, -2)$ ,  $C(0, \sqrt{3}, 0)$

- מצא את משוואת המישור  $ABC$ .
- דרך קדקוד  $C$  העבירו מישור  $\pi$  המקביל למקצוע  $AB$  ויוצר זווית של  $30^\circ$  עם המישור  $ABC$ . מצא את משוואת המישור  $\pi$  (מצא את שני הפתרונות).

להצלחה וז'ווי